Lista 2: ①

Valores:

①	②	③
A) 1.0	A) 0.5	A) 0.5
B) 1.0	B) 0.5	B) 0.5
C) 1.0	C) 0.5	C) 1.0
	D) 1.0	D) 0.5
	E) 1.0	E) 0.5
	F) 0.5	F) 1.0 (Extra

) $N(t+1) = N(t) = \bar{N}$

$\bar{N} = \bar{N} e^{r(1-\bar{N}/K)}$

$\bar{N} = 0$ é um ponto de equilíbrio

Se $e^{r(1-\bar{N}/K)} = 1$, temos outro ponto de equilíbrio.

Portanto $1 - \frac{\bar{N}}{K} = 0 \Rightarrow \bar{N} = K$ é outro ponto de eq.

Estabilidades:

Seja $f = Ne^{r(1-N/K)}$

$$\frac{df}{dN} = e^{r(1-N/K)} - \frac{Nr}{K} e^{r(1-N/K)} = e^{r(1-N/K)} \left[1 - \frac{Nr}{K}\right]$$

$\left|\frac{df}{dN}\right| < 1$ p/ ser estável.

* Ponto de eq $\bar{N} = 0$:

$\left.\frac{df}{dN}\right|_{N=0} = e^{r}$ $\therefore$ $N=0$ é estável se $|e^{r}| < 1 \Rightarrow$

$r < 0$ //

* Ponto de eq $\bar{N} = K$:

$\left.\frac{df}{dN}\right|_{N=K} = 1 - r$ $\therefore$ $N=K$ é estável se $|1-r| < 1 =$

$-1 < 1 - r < 1$

$2 > r > 0$ //

B) Como a reta pontilhada indica onde $N(t+1) = N(t)$ temos que o ponto azul é um dos pontos de equilíbrio; por exclusão, só pode ser $\bar{N} = K$.

Portanto no gráfico A a bolinha azul indica que $N(t) = N(t+1) = K = 50$ e em B, $N(t+1) = N(t) = K = 70$.

C) MSY está indicado por = II

tamanho da população = a

2) A) x_1 = plantas

x_2 = pequenos mamíferos.

x_3 = répteis carnívoros

r : taxa de crescimento de plantas

d : taxa de mortalidade de mamíferos

g : taxa de mortalidade de répteis

b : termo relativo à competição intra específica de plantas

c : termo relativo à herbivoria

e : termo relativo ao aumento de mamíferos por herbivoria

f : termo relativo ao decréscimo de mamíferos por predação.

h : termo " " aumento de répteis por predação.

) b=0 quando não há competição por recursos como água, nutrientes, etc e também não há competição por espaço.

d) Se x_1 (plantas) não existem, consequentemente os herbívoros também não existem, pois eles só aumentam a pop na presença de plantas. Como consequência, os répteis também não existem, dado que sua pop. só aumenta na presença de herbívoros. $\therefore$ $x_1 = 0 \Rightarrow x_2 = x_3 = 0$.

③

) Se $(x_1, x_2, x_3) = (0, 0, 0)$ é estável:

olhando p/ a matriz jacobiana:

$$J = \begin{pmatrix} a - 2abx_1 - acx_2 & -acx_1 & 0 \\ ex_2 & -d - ex_1 - fx_3 & -fx_2 \\ 0 & hx_3 & -g + hx_2 \end{pmatrix}$$

$$J\Big|_{(0,0,0)} = \begin{pmatrix} a & 0 & 0 \\ 0 & -d & 0 \\ 0 & 0 & -g \end{pmatrix}$$

p/ (0,0,0) ser estável, os autovalores da jacobiana avaliada no ponto devem ser todos menores do que 0. Desta forma, temos que $a < 0$, e $d, g > 0$.

↳ contradiz o enunciado.

Desta forma, seria impossível este ponto ser estável.

f) Se $a < 0 \Rightarrow$ população de plantas não cresce nem na ausência de herbívoros e portanto o sistema estaria fadado à extinção de todas as espécies pois não se sustenta uma teia trófica sem a base se sustentar

5) A)

tipo I

$$\frac{dV}{dt} = rV - \alpha VP$$

$$\frac{dP}{dt} = \beta VP - mP$$

tipo II:

$$\frac{dV}{dt} = rV - \frac{KVP}{d+V}$$

$$\frac{dP}{dt} = \frac{bVP}{d+V} - mP$$

A resposta funcional do tipo II leva em conta uma busca e tempo de manipulação da presa por parte do predador, enquanto que no tipo I, o consumo de presas é proporcional à taxa de encontro de presas - predadores.

B) $\frac{dV}{dt} = 0$ e $\frac{dP}{dt} = 0$ p/ encontrar os pontos de eq:

Se $V = P = 0$, temos um ponto de eq trivial.

$$r\bar{V} - \frac{K\bar{V}\bar{P}}{d+\bar{V}} = 0 \Rightarrow r\bar{V}(d+\bar{V}) = K\bar{V}\bar{P}$$

$$\bar{P} = \frac{r(d+\bar{V})}{K}$$

$$\frac{b\bar{V}\bar{P}}{d+\bar{V}} - m\bar{P} = 0 \Rightarrow b\bar{V}\bar{P} = m\bar{P}(d+\bar{V})$$

$$b\bar{V} = md + m\bar{V}$$

$$\bar{V} = \frac{md}{b-m}$$

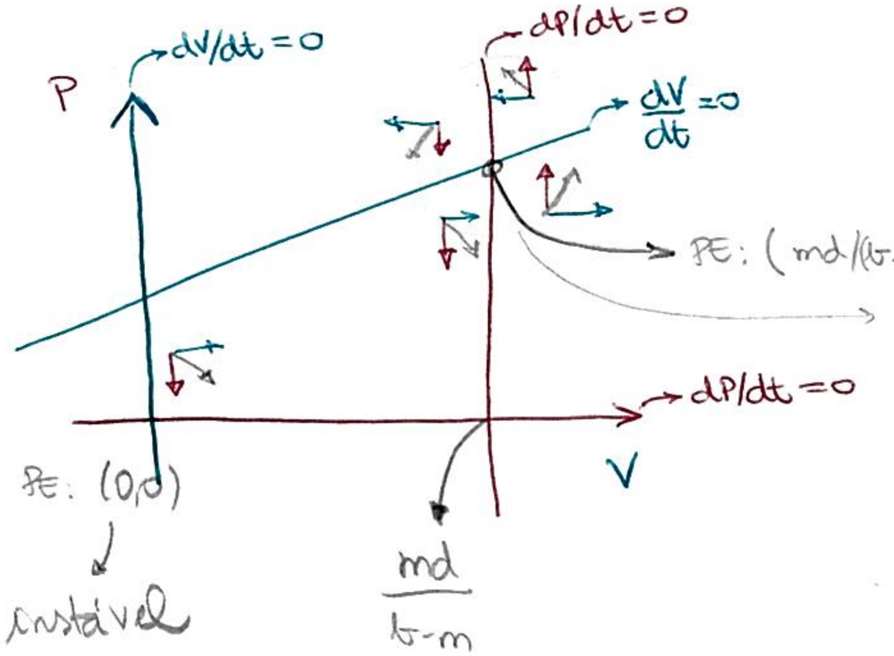
O outro ponto de equilíbrio é: $(\bar{V}, \bar{P}) = \left(\frac{md}{b-m}, \frac{r}{K}[d+\bar{V}]\right)$

$$= \left(\frac{md}{b-m}, \underbrace{\frac{r}{K}\left[d+\frac{md}{b-m}\right]}_{\frac{rbd}{K(b-m)}}\right)$$

3c) Isoclinas:

$$\frac{dV}{dt}=0 \Rightarrow \begin{cases} P=\frac{r}{k}(d+V) \Rightarrow \frac{dV}{dt}>0 \text{ se } r-\frac{kP}{d+V}>0 \text{ isto } \text{ se } P<\frac{r}{k}(d+V) \\ V=0 \Rightarrow \frac{dV}{dt}>0 \text{ se } V>0 \text{ e } P<\frac{r}{k}(d+V) \end{cases}$$

$$\frac{dP}{dt}=0 \Rightarrow \begin{cases} V=md/(b-m) \Rightarrow \frac{dP}{dt}>0 \text{ se } \frac{bV}{d+V}-m>0 \text{ isto } \text{ se } V>\frac{md}{b-m} \\ P=0 \Rightarrow \frac{dP}{dt}<0 \text{ se } P>0 \text{ e } V>\frac{md}{b-m} \end{cases}$$



d) Jacobiana:

$$\begin{bmatrix} r-\frac{kP}{d+V}+\frac{kPV}{(d+V)^2} & -\frac{kV}{d+V} \\ \frac{bP}{d+V}-\frac{bPV}{(d+V)^2} & -m+\frac{bV}{d+V} \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} r-\frac{kPd}{(d+V)^2} & -\frac{kV}{(d+V)} \\ \frac{bPd}{(d+V)^2} & -m+\frac{bV}{(d+V)} \end{bmatrix}$$

P/ o PE: (0,0):

$$\text{Jacobiana} = J = \begin{bmatrix} r & 0 \\ 0 & -m \end{bmatrix}$$

(estável só se $r<0$ e $m>0$)
P/ ter sentido biológico, considerarei apenas parâmetros >0

No ponto de coexistência temos que os elementos da (6)
Jacobiana são:

$$j_{11} = r - \frac{K\bar{P}}{d+\bar{V}} + \frac{K\bar{V}}{(d+\bar{V})}\frac{\bar{P}}{(d+\bar{V})} = \cancel{r} - \cancel{K\frac{r}{K}} + \cancel{K}\frac{r}{\cancel{K}}\frac{m}{b} = \frac{rm}{b}$$

$$j_{12} = -\frac{K\bar{V}}{d+\bar{V}} = -K\frac{m}{b}$$

$$j_{21} = \frac{b\bar{P}}{d+\bar{V}} - \frac{b\bar{P}}{(d+\bar{V})}\frac{\bar{V}}{(d+\bar{V})} = b\frac{r}{K} - b\frac{r}{K}\frac{m}{b} = \frac{br}{K}(1-m/b)$$

$$j_{22} = -m + \frac{b\bar{V}}{d+\bar{V}} = -m + \cancel{b}\frac{m}{\cancel{b}} = 0$$

$$J = \begin{bmatrix} rm/b & -Km/b \\ \frac{br}{K}\left(1-\frac{m}{b}\right) & 0 \end{bmatrix}$$

$\mathrm{Tr}[J] = \frac{rm}{b} = \lambda_1 + \lambda_2$, como $r, m, b > 0 \Rightarrow \mathrm{Tr}(J) > 0 \Rightarrow \lambda_1$ e
λ_2 não são ambos negativos.

$\therefore$ é instável

E) Como os pontos de eq são instáveis, então as duas popula-
ções devem crescer infinitamente e oscilando (isto dá p/ ver por causa
a característica cíclica em torno do PE de coexistência). Portanto as
duas espécies coexistem fora de um equilíbrio.