1) $\boxed{2.5}$

A) $\boxed{0.5}$

$$J_{n+1} = b A_n$$
$$A_{n+1} = p J_n + s A_n$$

$$M = \begin{pmatrix} 0 & b \\ p & s \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1.6 \\ 0.6 & 0.4 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 0-\lambda & 1.6 \\ 0.6 & 0.4-\lambda \end{pmatrix} \rightarrow \text{Eq característica: } \det(M-\lambda I)=0$$

$$-\lambda(0.4-\lambda) - 0.6 \times 1.6 = 0$$
$$\lambda^2 - 0.4\lambda - 0.96 = 0$$
$$\lambda = \frac{0.4 \pm \sqrt{0.16+3.84}}{2}$$
$$\lambda = \begin{cases} 1.2 \\ -0.8 \end{cases}$$

A taxa de crescimento é 1,2, portanto a população aumenta 20% de seu tamanho a cada passo de tempo.

B) $\boxed{1.0}$ $M\vec{v} = \lambda \vec{v}$

$$\begin{pmatrix} 0 & 1.6 \\ 0.6 & 0.4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} j \\ a \end{pmatrix} = 1.2 \begin{pmatrix} j \\ a \end{pmatrix} \Rightarrow 1.6a = 1.2j$$

$$j = \frac{1.6a}{1.2} = \frac{4}{3}a$$

$$\vec{v} = \begin{pmatrix} 4/3 \\ 1 \end{pmatrix} \text{ ou } \vec{v} = \begin{pmatrix} 4/7 \\ 3/7 \end{pmatrix}$$

A dist. etária estável é composta por 57.1% de juvenis e 42.9% de adultos.

C) $\boxed{0.5}$

Juvenis contribuem com 33% a mais que adultos $(4/3 = 1,33)$

1) D) $\boxed{0.5}$ 2 adultos ... contribuem mais para o acréscimo na categoria de juvenis que são a maior parte da população no eq. etário estável.

---

2) $\boxed{2.5}$

A) $\boxed{1.0}$

$$S_0(n+1) = b_1 S_1(n+1) + b_2 S_2(n+1)$$
$$= b_1 \sigma_{01} S_0(n) + b_2 \sigma_{12} S_1(n)$$

$$S_1(n+1) = \sigma_{01} S_0(n)$$

$$S_2(n+1) = \sigma_{12} S_1(n)$$

$$\begin{pmatrix} S_0 \\ S_1 \\ S_2 \end{pmatrix}_{n+1} = \begin{pmatrix} b_1 \sigma_{01} & b_2 \sigma_{12} & 0 \\ \sigma_1 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_2 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} S_0 \\ S_1 \\ S_2 \end{pmatrix}_n$$

$b_1 = 0.5$
$b = 2.0$
$\sigma_{01} = 1.0$
σ_{12} 0.5

Matriz de transição $= \begin{pmatrix} 0.5 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0.5 & 0 \end{pmatrix}$

3) $\boxed{1.0}$ Muitas interpretações apareceram neste exercício em relação à condição inicial. Consideramos todas, descontando possíveis erros de conta que poderiam indicar problemas com a multiplicação matricial. Também consideramos correto ainda que a Matriz de transição estivesse incorreta (se as contas estavam certas).

caso 2:

$$\begin{pmatrix} 0.5 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0.5 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0.5 \end{pmatrix} \quad t=1$$

$$\begin{pmatrix} 0.5 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0.5 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0.5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.5 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad t=2$$

$$\begin{pmatrix} 0.5 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0.5 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0.5 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1.25 \\ 0.5 \\ 0.5 \end{pmatrix} \quad t=3$$

---

caso 1

$$\begin{pmatrix} 0.5 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0.5 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Pop. vai à extinção neste caso logo na 1ª geração.

c) $\boxed{0.5}$

$$M - \lambda I = \begin{pmatrix} 0.5-\lambda & 1 & 0 \\ 1 & 0-\lambda & 0 \\ 0 & 0.5 & 0-\lambda \end{pmatrix}$$

$$\det(M - \lambda I) = 0$$

$$(0.5-\lambda)(-\lambda)(-\lambda) - (-\lambda) = 0$$

$$[\lambda(0.5-\lambda) + 1] = 0$$

$$\lambda = 0 \qquad \lambda = \frac{0.5 \pm \sqrt{0.25+4}}{2}$$

$$\lambda = \begin{cases} 1.28 \to \text{taxa de cresc.} \\ -0.78 \end{cases}$$

$$\begin{pmatrix} 0.5 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0.5 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} = 1.28 \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix}$$

$$a = 1.28b$$
$$0.5b = 1.28c$$
$$c = 0.39b$$

$$\Rightarrow \vec{v} = \begin{pmatrix} 1.28 \\ 1 \\ 0.39 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.48 \\ 0.37 \\ 0.15 \end{pmatrix}$$

A 3ª classe é a que tem menor contribuição na estrutura etária estável. Desta forma, colocar poucos indivíduos nesta classe pode ser uma aposta arriscada. Além disso, os indivíduos da 3ª classe morrem após a reprodução. Algumas pessoas iniciaram com condições $\begin{pmatrix} 2 \\ 0 \end{pmatrix}$ no caso 1 da letra (b). De fato esta condição nos levaria à extinção.

3) $\boxed{2.5}$

A) $\boxed{1.25}$

i	s	b	l	p	σ
0	500	0	1	—	0,8
1	400	2.5	0.8	0.8	0.1
2	40	3.0	0.08	0.1	0
3	0	0.0	0	0	

$$R_0 = 0.8 \times 2.5 + 0.08 \times 3.0 = 2 + 0.24 = \underline{2.24}$$ 1.25/2

$$G = \frac{1 \times 2.0 + 2 \times 0.24}{2.24} = \frac{2.48}{2.24} = \underline{1.107}$$ 1.25/2

B) $\boxed{1.25}$

$$S_0(n+1) = 2.5 \times 0.8\, S_0(n) + 3.0 \times 0.1\, S_1(n)$$

$$S_1(n+1) = 0.8\, S_0(n)$$

$$S_2(n+1) = 0.1\, S_1(n)$$

$$\begin{pmatrix} S_0 \\ S_1 \\ S_2 \end{pmatrix}_{n+1} = \underbrace{\begin{pmatrix} 2 & 0.3 & 0 \\ 0.8 & 0 & 0 \\ 0 & 0.1 & 0 \end{pmatrix}}_{M} \begin{pmatrix} S_0 \\ S_1 \\ S_2 \end{pmatrix}_{n}$$

M é a matriz de Leslie
1.25/2

$$\det(M - \lambda I) = 0 \Rightarrow (2-\lambda)(-\lambda)(-\lambda) + 0.24(\lambda) = 0$$

$$\lambda\left[\lambda(2-\lambda) + 0.24\right] = 0$$

$$\lambda = 0 \qquad \lambda = \frac{2 \pm \sqrt{4+0.96}}{2} \begin{cases} \underline{2.11} \rightarrow \text{taxa de crescim.} \\ -0.11 \end{cases}$$

$$\begin{pmatrix} 2 & 0.3 & 0 \\ 0.8 & 0 & 0 \\ 0 & 0.1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} = 2,11 \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix}$$

$2a + 0.3b = 2.11a \Rightarrow a = \frac{0.3}{0.11} b = 2,7b$

$0.8 = 2.11 b$

$0,1b = 2.11c \qquad b = 21,1c$

$a = 2,7 \cdot 21,1c$

$\sim 57c$

$$\vec{v} = \begin{pmatrix} 57 \\ 21 \\ 1 \end{pmatrix} \text{ ou } \begin{pmatrix} 0,72 \\ 0,27 \\ 0,01 \end{pmatrix}$$

1.25/2

) A) $\boxed{1.0}$

taxa = 0.8

$$x_{n+1} = r x_n + m \qquad x_0 = A + \frac{m}{1-r} \Rightarrow A = x_0 - \frac{m}{1-r}$$

$$x_n = A r^n + \frac{m}{1-r}$$

$$\boxed{x_n = \left(x_0 - \frac{m}{1-r}\right) r^n + \frac{m}{1-r}} \quad \therefore \quad x_n \to \frac{m}{1-r} \text{ p/ } |r| < 1$$

$x_0 = 700$

$m = 150$

$$x \to \frac{150}{1-0.8} = 750 \text{ indivíduos}$$

B) $\boxed{0.5}$

$m = 75$

$$x \to \frac{75}{0.2} = 375 \text{ indivíduos}$$

C) $\boxed{0.5}$

Alterou só a pop inicial e não os migrants. São os migrantes que mantem esta população persistindo em longo termo. Então como em (b), a população chegaria a 375 indivíduos.

D) $\boxed{0.5}$ Considerando que a população está extinta para $x < 1$, fazemos as contas para este limite:

$$1 = 700 r^n \qquad r^n = \frac{1}{700}$$

$$\ln r^n = \ln(1/700)$$

$$n \ln r = -\ln(700)$$

$$n = \frac{-\ln(700)}{\ln(0.8)} = 29 \text{ unidades de tempo.}$$