C	R	S
D	T	P

$T > R > P > S$

Repeated Games

GRIM (SOMBRIO)
- C no 1º mov.
- se oponente é D → GRIM = D

Depois de m rounds

	GRIM	ALLD
GRIM	mR	$S+(m-1)P$
ALLD	$T+(m-1)P$	mP

- se a pop. é 100% D

$$f(D) = mP$$
$$f(GRIM) = S+(m-1)P = mP-(P-S) < mP$$

ALLD é ESS

- se a pop. é 100% GRIM

$$f(D) = T+(m-1)P = mP+(T-P)$$
$$f(G) = mR$$
$$f(G) > f(D) \Rightarrow m > \frac{T-P}{R-P}$$

Problemas:

- Como ALLD é ESS, não tem como GRIM invadir e a coop. não consegue evoluir
- Se m é fixo é mais vantajoso usar D na última rodada

GRIM* = GRIM, MAS USA D NA ÚLTIMA

	GRIM	GRIM*
GRIM	mR	$(m-1)R+S$
GRIM*	$(m-1)R+T$	$(m-1)R+P$

Se população é 100% GRIM

$f(\text{GRIM}) = mR$

$f(\text{GRIM}^*) = mR + (T-R) > f(\text{GRIM})$

$\Rightarrow$ GRIM* invade GRIM

$\Rightarrow$ GRIM** invade GRIM* etc.

<u>SOLUÇÃO</u> NÃO fixar m, mas a probabilidade W. Assim $1-W$ = prob. de não jogar da próxima rodada.

e $\tilde{m} = \dfrac{1}{1-W}$ = nº médio de rodadas

<u>PROVA</u>

$$\text{Prob}(1) = 1$$
$$\text{Prob}(2) = w\,(1-w)$$
$$\vdots$$
$$\text{Prob}(m) = w^{m-1}(1-w)$$
$$\langle m \rangle = \sum_{m=1}^{\infty} m\,\text{Prob}(m) = \frac{(1-w)}{w}\underbrace{\sum_{m=1}^{\infty} m\,w^m}_{\frac{w}{(1-w)^2}}$$
$$= \frac{1}{1-W}$$

Assim

	GRIM	ALLD
GRIM	$\tilde{m}R$	$S+(\tilde{m}-1)P$
ALLD	$T+(\tilde{m}-1)P$	$\tilde{m}P$

e não tem como definir GRIM*

③

TFT = começa C e FAZ o que o oponente fizer

Em média funciona como GRIM, mas na prática permite que TFT volte a ser C se o oponente decidir cooperar.

Altruismo

Dilema do Prisioneiro

	C	D
C	b-c	-c
D	b	0

coop. aumenta o fitness do defector de "b"
e diminui seu próprio fitness de "c"

Assumimos $\boxed{b > c}$ p/ $A(C,C) > A(D,D)$.

Assortatividade Positiva

→ mais provável Δ interagir com outro igual a ele mesmo.

$Pr(O,F)$ = prob do Δ focal interagir com outro

p = fração de cooperadores

$$Pr(C,C) = r + (1-r)p$$

$$Pr(D,D) = r + (1-r)(1-p)$$

$$Pr(D,C) = 1 - Pr(C,C) = (1-r)(1-p)$$

$$Pr(C,D) = 1 - Pr(D,D) = p(1-r)$$

$$f(C) = [r+(1-r)p](b-c) + (1-r)(1-p)(-c)$$

$$= b[r+(1-r)p] - c[\cancel{r} + \cancel{(1-r)}p + (1-\cancel{r}) - p(\cancel{1}-r)]$$

$$= b[r+(1-r)p] - c$$

$$f(D) = p(1-r)\,b$$

$$f(C) > f(D)$$

$$b\left[r + \cancel{(1-r)p}\right] - c > \cancel{p(1-r)}\,b$$

$$br > c \Rightarrow \boxed{r > c/b}$$ regra de Hamilton.

Se $r=1$, $C \Leftrightarrow C$ e $D \Leftrightarrow D$ basta que $b > c$ para altruismo evoluir, já que $f(C|C) > f(D|D)$.

Se $r = 1/2$ $b > 2c$ e o benefício deve ser maior.

O que é r? relatedness = parentesco

- fração compartilhada do genoma? Impossível pois isso daria $r \approx 1$
- casal de pássaros com 5 filhotes
  1 fica ajudando os pais a criar os 4 outros em vez de sair p/ procriar (ele tem o "gene" altruísta)
  Então $b = 4$ $c = 1$ $r = 1/2$ e $br = 2 > c = 1$
  No entanto o altruísta não se reproduz e não passa seu gene adiante.

JOGOS COM TRÊS ESTRATÉGIAS

(1) H – D – R (retaliator)

$$R \begin{cases} = H & \text{quando encontra com } H \\ = D & \text{" " } D \end{cases}$$

	H	D	R
H	$\frac{v-c}{2}$	v	$\frac{v-c}{2}$
D	0	$v/2$	$v/2$
R	$\frac{v-c}{2}$	$v/2$	$v/2$

(BOX)

	H	D
H	$\frac{v-c}{2}$	v
D	0	$v/2$

se $c < v$ H é ESS

se $c > v$

$f(H) = p\left(\frac{v-c}{2}\right) + (1-p)\,v$

$f(D) = v/2\,(1-p)$

$p\left(\frac{v-c}{2}\right) = -(1-p)\,v/2$

$p(c-\cancel{v}) = (1-\cancel{p})\,v$

$\boxed{p = v/c}$ coexistência

p = hawks

q = retaliator

$1-p-q$ = dove

$$f(H) = p\left(\frac{v-c}{2}\right) + (1-p-q)\,v + q\left(\frac{v-c}{2}\right)$$

$$f(D) = (1-p-q)\frac{v}{2} + q\frac{v}{2} = (1-p)\,v/2$$

$$f(R) = p\left(\frac{v-c}{2}\right) + (1-p-q)\frac{v}{2} + q\frac{v}{2} = p\left(\frac{v-c}{2}\right) + (1-p)\frac{v}{2}$$

(a) se $p=0$ (sem hawks)

$$f(D) = \frac{v}{2} \qquad f(R) = \frac{v}{2}$$

$\Rightarrow$ $\forall$ mistura de D e R é possível.

(b) Hawks podem invadir? Se $p \approx 0$

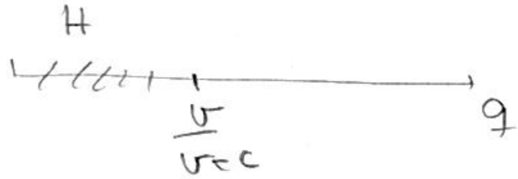
$$f(H) = (1-q)v + \frac{q(v-c)}{2}$$

p/ $f(H) > f(D)$

$$(1-q)v + q\left(\frac{v-c}{2}\right) > \frac{v}{2}$$

$$v - \frac{v}{2} > q\left(v - \frac{v}{2} + \frac{c}{2}\right) = \frac{q}{2}(v+c)$$

$$\boxed{q < \frac{v}{v+c}}$$



(c) Se $q < \frac{v}{v+c}$ na mistura D-R e H invade, qual o equilíbrio?

O equilíbrio H-D ocorre quando

$$p\left(\frac{v-c}{2}\right) + (1-p)v = (1-p)\frac{v}{2}$$

$$p\left(\frac{v-c}{\cancel{2}}\right) = -(1-p)\frac{v}{\cancel{2}}$$

$$p(\cancel{v} - c - \cancel{v}) = -v \qquad pc = v$$

$$\boxed{p = v/c} \longrightarrow c > v$$

Nesse ponto $f(D) = f(H) = \frac{v}{2}\left(\frac{c-v}{c}\right.$

R pode invadir? Nesse caso $q \approx 0$, $p = v/c$

$$f(R) = \frac{v}{c}\left(\frac{v-c}{2}\right) + \frac{v}{2}\left(\frac{c-\cancel{v}}{\cancel{c}}\right) > \frac{v}{2}\left(\frac{c-\cancel{v}}{\cancel{c}}\right)$$

$\Rightarrow \boxed{v > c} \Rightarrow$ não ocorre. Então o equilíbrio é $R=0$.

(2) H - D - B

BOURGEOIS → $\begin{cases} \text{Se chegam } 1^{\circ} \to H \\ \text{Se } \quad " \quad 2^{\circ} \to D \end{cases}$

	H	D	B
H	$\frac{v-c}{2}$	v	$\frac{v}{2}+\frac{1}{2}\left(\frac{v-c}{2}\right)$
D	0	$v/2$	$\frac{1}{2}\left(\frac{v}{2}\right)$
B	$\frac{1}{2}\left(\frac{v-c}{2}\right)$	$\frac{v}{2}+\frac{1}{2}\frac{v}{2}$	$v/2$

Neste caso só H ou só D não são estáveis.
Mas só B é.

(3) R - S - P

	R	S	P
R	0	1	-1
S	-1	0	1
P	1	-1	0

$p = R$

$q = S$

$1-p-q = P$

$$\begin{cases} f(R) = q - (1-p-q) = 2q + p - 1 \\ f(S) = -p + (1-p-q) = 1 - 2p - q \\ f(P) = p - q \end{cases}$$

<u>ALL R</u>, $p = 1$

$f(R) = 0$

$f(S) = -1$

$f(P) = 1$

P invade

<u>ALL S</u> $q = 1$

$f(R) = 1$

$f(S) = 0$

$f(P) = -1$

R invade

<u>ALL P</u> $q = p = 0$

$f(R) = -1$

$f(S) = 1$

$f(P) = 0$

S invade

Equilibri

$f(R) = f(S)$ $\quad 2q + p - 1 = 1 - 2p - q$

$3q = 2 - 3p \qquad q = \frac{2}{3} - p$

$f(R) = f(P)$ $\quad 2q + p - 1 = p - q$

$3q = 1 \Rightarrow \boxed{q = 1/3} \Rightarrow \boxed{p = \frac{1}{3}}$